

Ecole CIMPA OUAGA 2009

Théorie de l'indice et interactions avec la physique

Rapport scientifique

La théorie de l'indice sert entre autres choses, à mesurer des anomalies locales en physique, soit des obstructions (localisées dans l'espace) qui apparaissent après quantification.

Ces obstructions sont autant d'obstacles qu'on aimerait contourner, ce que s'évertuent à faire les physiciens avec grande habileté en utilisant des méthodes très sophistiquées.

On peut au contraire choisir d'explorer ces anomalies pour en retirer toute leur richesse géométrique et topologique. C'est ce que fait le théorème d'Atiyah et Singer en exprimant l'indice d'un opérateur en fonction de données géométriques et topologiques, ce qui permet de donner une description locale explicite de certaines anomalies en théorie des champs. Situé à la confluence de plusieurs domaines comme la géométrie, la topologie et l'analyse fonctionnelle, le théorème de l'indice qui a constitué un avancement considérable des mathématiques au XXème, continue à se développer dans diverses directions.

L'objectif de l'école était de présenter le théorème de l'indice d'Atiyah et Singer sous diverses facettes, ainsi que certaines de ses généralisations, ce projet ambitieux nécessitant plusieurs pré-requis d'analyse fonctionnelle et de géométrie différentielle qui faisaient l'objet de cours introductifs.

L'école s'est donc organisée autour de cours introductifs et de cours plus avancés, délivrés par cinq conférenciers à raison d'environ 3 séances de cours d'une heure et demie par jour, dont deux le matin et une l'après-midi. Je tiens à remercier les conférenciers pour leur investissement et leur dévouement ; ils ont su mettre à la portée d'un public hétérogène du point de vue scientifique, des notions parfois très difficiles en maintenant une exigence de rigueur requise en mathématique.

Des créneaux de trois quart d'heures étaient réservés l'après-midi aux exposés d'une dizaine de participants désireux de présenter leurs travaux de recherche.

Des thèmes d'exposé proches de la thématique de l'école ayant été distribués aux participants en complément des cours, une douzaine d'entre eux a pu présenter (parfois en binôme) la démonstration d'un ou de plusieurs résultats directement liés au cours sous forme d'exposés d'une demi-heure. Nous avons encouragé les stagiaires à poursuivre ce travail de « défrichage » de notions nouvelles liées à la thématique de l'école, en leur proposant de constituer au retour dans leur université ou institut d'origine, des groupes de travail autour de certains thèmes spécifiques que nous leur avons suggérés.

Je tiens à souligner la qualité remarquable des exposés des stagiaires, tant des exposés de recherche que des exposés thématiques, ainsi que l'enthousiasme des stagiaires prêts à s'emparer, en vue de l'exposer, d'un sujet lié au cours qui pouvait a priori leur paraître difficile.

Cette participation active des stagiaires, que je remercie, a largement contribué au succès de l'école, dont témoignent les nombreuses questions lors de certains cours ou exposés, parfois très animés et le taux élevé de fréquentation quotidienne.

Sur un nombre total d'environ 40 participants réguliers, composés de doctorants et d'enseignants-chercheurs, une vingtaine sont venus de l'étranger, la plupart en car. Une dizaine

de pays étaient représentés parmi les participants, le Burkina Faso, le Bénin, la RD du Congo, le Congo, la Côte d'Ivoire, la France, la Guinée, le Mali, le Niger, le Sénégal et le Togo, que viennent compléter le Nigéria et les Etats-Unis représentés par l'un des conférenciers, correspondant au total à une quinzaine de villes dont Ouagadougou, Koudougou, Bobo-Dioulasso, Clermont-Ferrand, Corte, Rennes, Porto-Novo, Lomé, Bamako, Niamey, Abidjan, Conakry, Kinshasa, Brazzaville, Lagos.

L'excellente organisation locale a permis d'accueillir les participants étrangers ainsi que ceux venus d'autres villes du Burkina et les conférenciers, dans de très bonnes conditions ; je remercie le comité d'organisation locale pour son dévouement. Je tiens aussi à remercier tout le personnel de la maison des hôtes qui s'est donné beaucoup de mal pour nous proposer tous les jours un déjeuner de qualité.

La contribution financière à l'école qu'ont apportée l'université de Ouagadougou et le Ministère des Enseignement Secondaire, Supérieur et de la Recherche Scientifique, que je remercie, a largement contribué à la qualité de cet accueil. Il va sans dire que cette école n'aurait pu se tenir sans l'apport du CIMPA complété par ceux de l'IHES, de l'ICTP, de l'IMU et de l'université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand; qu'ils en soient remerciés. Au-delà de son soutien financier, je remercie le CIMPA, représenté durant l'école par Marie-Françoise Roy, pour son implication active dans l'organisation pratique de l'école.

Pour terminer, un grand merci au directeur de l'UFR Sciences Exactes et Appliquées de l'université de Ouagadougou, d'avoir mis à notre disposition l'amphithéâtre ainsi qu'une salle de cours et pour tout le soutien logistique durant l'école.

Merci à toutes et à tous ceux qui ont contribué à cette belle aventure scientifique et humaine de l'école de Ouagadougou, aventure qui je l'espère, se poursuivra sous d'autres formes dans le futur.

Sylvie Paycha

Sujets d'exposés :

- 1) Grassmannienne : Serge Phanzu, Saïdou Adamou
- 2) Courbure : Bakayoko Ibrahima, Harouna Mahamane Mahi, Moussa Zakai Yaou
- 3) Théorème du graphe fermé : Serge Phanzu, Kyelem Bila Adolphe, Oke Toussaint, Awi Roméo Olivier
- 4) Théorème de Gelfand-Naimark : idem
- 5) Spectre d'une algèbre : Kyelem, Saoyore
- 6) Identité de Jacobi pour les champs de vecteurs : Bakayoko Ibrahima
- 7) Dérivation sur les formes différentielles : Oscar Lungiambubila
- 8) Opérateur compact, opérateur de Fredholm : Issaka Aremua
- 9) Espaces de Sobolev : Harouna Mahamane Mahi
- 10) Opérateurs non bornés : Likouka Côme Chancel
- 11) Théorème de Bocher-Weitzenböck : Saïdou Adamou, Diallo Abdou Salam
- 12) Spectre dans une sous- C^* algèbre : Bakayoko Ibrahima.